

1)

OOC:

Es gibt vier Kräuter. Kräuter A, B, C und D. Diese werden verwendet um die Kräutermischungen X,Y und Z herzustellen. Diese werden wiederum benötigt um die Tränke Rot, Blau und Gelb zu brauen.

2x Kraut A mit 3x Kraut B und 1x Kraut D ergibt Kräutermischung X.

4x Kraut B mit 2x Kraut C und 3x Kraut D ergibt Kräutermischung Y.

1x Kraut A mit 1x Kraut B, 1xKraut C und 1x Kraut D ergibt die Kräutermischung Z.

Trank Rot wird aus zwei Kräutermischung X und einer Kräutermischung Y gebraut.

Trank Blau wird aus einer Kräutermischung X, zwei Kräutermischung Y gebraut.

Trank Gelb wird aus einer Kräutermischung X, einer Kräutermischung und drei Kräutermischung Z gebraut.

Der Alchemiemeister wünscht 100 rote Tränke, 80 blaue Tränke und 150 gelbe Tränke herzustellen.

Wieviele Kräuter von Kraut A, B, C und D müssen nun exakt gesammelt werden?

Lösung:

	X	Y	Z
A	2	0	1
B	3	4	1
C	0	2	1
D	1	3	1

	Rot	Blau	Gelb
X	2	1	1
Y	1	2	1
Z	0	0	3

	Rot	Blau	Gelb
A	4	2	5
B	10	11	10
C	2	4	5
D	5	7	7

100

80

150

1310

3380

1270

2110

2)

OOC:

Diese ZB hat mich schon immer interessiert und leider ist es egal, ob man Mathematik kann oder nicht. Der Mann erfährt die Antwort nicht. Also schreibt hier eine explizite Darstellung was mit den anfänglichen 30 Groschen passiert ist. Ebenfalls ist es erlaubt, die 30 Groschen als Menge zu verstehen und alle ihre Teilmengen, die zum Verstehen notwendig sind aufzulisten. Sorgt dafür, dass keine Mathematikprobe mehr notwendig ist, sondern nur ein Intelligenzwurf.

Lösung:

Zuerst wurden die 30 Groschen als Preis für den Lederball verstanden. Diese Menge beinhaltet $3 \cdot 10$ Groschen, welche als Teilmengen von den Jungen kommen.

Aufgrund der Preisinfo wissen wir, dass die 30 Groschen zu viel waren. Daher werden 3 Groschen zurück gezahlt und 2 Groschen eingesteckt. Dies bedeutet, dass die 30 zuerst auf 27 und dann auf 25 gesenkt werden. Der Preis für den Lederball.

Der Ansatz des Herrn scheitert an dem Verständnis der 2 Groschen, die sich der Lehrling einsteckt. Die 9 Groschen ergeben sich aus $3 \cdot 10 \text{ Groschen} - 3 \cdot 1 \text{ Groschen} = 3 \cdot (10 \text{ Groschen} - 1 \text{ Groschen}) = 3 \cdot 9 \text{ Groschen}$. Durch die Korrekturzahlung haben die Jungen nur 9 statt 10 Groschen gezahlt. Die 2 Groschen, welche der Herr fälschlicherweise drauf addieren will, müssen abgezogen werden. Denn diese 2 Groschen machen die Differenz zwischen dem Preis von 25 Groschen und den aktuell gezahlten 27 Groschen aus.

3)

OOC:

Die Preisfunktion, welche bei der hergestellten Menge x einen dazugehörigen Preis p bildet.

$$p(x) = 150 - x/20$$

Die Kostenfunktion, welche bei der hergestellten Menge x die dazugehörigen Gesamtkosten bildet.

$$K(x) = 30 \cdot x + 20000$$

Welche Menge, Preis und Kosten ergeben sich für den Geschäftsmann bei diesen Gegebenheiten beim Gewinnmaximum? Ich erwarte einen Antwortsatz zu den vier Größen

Menge [x]	Preis [p]	Kosten [K]	Gewinn [G]
-----------	-----------	------------	------------

Lösung:

$$G(x) = p(x) \cdot x - K(x) = 150 \cdot x - \frac{x^2}{20} - 30 \cdot x - 20000 = -\frac{x^2}{20} + 120 \cdot x - 20000$$

$$G'(x) = -\frac{x}{10} + 120 = 0 \Rightarrow 1200 = x$$

$$p(1200) = 150 - 1200/20 = 150 - 60 = 90$$

$$K(1200) = 30 \cdot 1200 + 20000 = 36000 + 20000 = 56000$$

$$G(1200) = 90 \cdot 1200 - 56000 = 108000 - 56000 = 52000$$

4)

OOC:

Es gibt folgende 7 Gegenstände, welche der Einfachheit halber mit den Buchstaben a, b, c, d, e, f und g gekennzeichnet werden. Gewicht ist in Korn und der Nutzen in Gulden angegeben. 2500 Korn beträgt die maximale Traglast des Rucksackes.

- | | |
|-----------------------|-------------------|
| a) Gewicht: 1000 Korn | Nutzen: 50 Gulden |
| b) Gewicht: 800 Korn | Nutzen: 42 Gulden |
| c) Gewicht: 600 Korn | Nutzen: 33 Gulden |
| d) Gewicht: 450 Korn | Nutzen: 25 Gulden |
| e) Gewicht: 350 Korn | Nutzen: 20 Gulden |
| f) Gewicht: 250 Korn | Nutzen: 15 Gulden |
| g) Gewicht: 150 Korn | Nutzen: 10 Gulden |

Wie kann Hekla ihren Rucksack optimal befüllen?

Lösung:

Gegenstand b, Gegenstand c, Gegenstand d, Gegenstand e, Gegenstand f sind Lösung der optimalen Befüllung.

5)

OOC:

Die erste Tabelle enthält die Entfernungen in Meilen. Die zweite Tabelle enthält die Reisedauern in Tagen.

	Andante	Cambrio	Don Cervolo	Porta Borea
Andante	0	110	---	237
Cambrio	110	0	108	145
Don Cervolo	---	108	0	215
Porta Borea	237	145	215	0

	Andante	Cambrio	Don Cervolo	Porta Borea
Andante	0	3,5	---	7,75
Cambrio	3,5	0	3,5	4,75
Don Cervolo	---	3,5	0	1,5
Porta Borea	7,75	4,75	1,5	0

Es gibt zwischen den genannten Städten mehrere Verbindungen (incl. Schiffsrouten), welche sowohl Distanz als auch Reisedauer beinhalten. Daraus ergeben sich zwei Fragestellungen: Welche Route Startpunkt gleich Endpunkt mit nur einmaligem Besuchen jeder Stadt hat die kürzeste Strecke bzw. die kürzeste Reisedauer?

Eure Antwort sollte die Route für kürzeste Strecke und kürzeste Reisedauer in folgender Form beinhalten:

Stadt A -> Stadt B -> Stadt C -> Stadt D -> Stadt A

Daneben möchte ich die Länge und die Dauer wissen.

6)

OOC:

Man stelle sich 6 Chakram ähnliche Holzringe als konzentrische Kreise vor. Diese sollen alle eine Breite zwischen innerem und äußerem Radius von genau 1/100 Schritt(1cm) haben. Zwischen zwei Ringen erwartet der Schreiner eine Art "Verlustring", welche die Holzspäne darstellt. Dieser wird bei seinen Fähigkeiten aber nur einen Ring von einer Breite zwischen Außen und Innen von 1/1000(1mm) Schritt ausmachen. Die Ringe 1 bis einschließlich 5 sind Wurfringe.

Zum Schluss bleibt eine Kreisfläche übrig, die wie ein Zylinder aus dem Baumstamm entnommen wird.

Dieser Zylinder ist nun der Stab um welchen die Ringe geschmissen werden. Der Ring 6 würde gerade eben drüber passen und daher ist er kein Wurfring, sondern ausschließlich um das Werfen als Herausforderung fair zu gestalten. Er wird nicht für dieses Spiel verwendet.

Als weitere Info sei, dass die Ringe eine Höhe von 1/1000 Schritt(1mm) haben werden. Dies sollte genug Stabilität liefern.

Der Schreiner will nun einen Stab mit folgenden Eigenschaften haben. Der Durchmesser der Kreisfläche beträgt 4/100 Schritt(4cm). Er möchte Holz verwenden, welches eine Dichte von 1000000 Korn/Schritt³ besitzt.

Die Frage lautet nun wie schwer der größte(außenliegendste Ring) Wurfring ist.

Lösung:

Wir brauchen das Volumen des größten Ringes. Dafür müssen wir uns sukzessive durcharbeiten. Wir starten bei 4cm Durchmesser für den Stab. Dann folgen Späne, die den Durchmesser um 2*1mm erhöhen. Dann kommt der Ring 6, welcher zusätzlich 2*1cm zum Durchmesser beiträgt. Dies passiert nun wie in der Formel aufgeführt:

$$4\text{cm} + (2*1\text{mm} + 2*1\text{cm}) + (2*1\text{mm} + 2*1\text{cm}) + (2*1\text{mm} + 2*1\text{cm}) + (2*1\text{mm} + 2*1\text{cm}) + (2*1\text{mm} + 2*1\text{cm}) + 2*1\text{mm} =$$
$$4\text{cm} + 5*(2*1\text{mm} + 2*1\text{cm}) + 2\text{mm} = 4,2\text{cm} + 5*(0,2\text{cm} + 2\text{cm}) = 4,2\text{cm} + 5*2,2\text{cm} = 4,2\text{cm} + 11\text{cm} = 15,2\text{cm} = 152/1000 \text{ Schritt}$$

Um das Volumen des Ringes zu bestimmen nehmen wir die Formel eines Zylinders zur Hilfe. Diese lautet Grundfläche*Höhe. In unserem Fall ist die Grundfläche kreisförmig($\pi * \text{Radius}^2$).

$$A = \pi * (15,2/2)^2 = 57,76\text{cm}^2 * \pi$$

$$V = 5,776\text{cm}^3 * \pi$$

$$A = \pi * (17,2/2)^2 = 73,96\text{cm}^2 * \pi$$

$$V = 7,396\text{cm}^3 * \pi$$

$$V_{\text{diff}} = 1,62\text{cm}^3 * \pi$$

$$1,62/100^3 * \pi * 1000000 \text{ Korn} = 1,62 * \pi \text{ Korn} = 5,08938 \text{ Korn}$$

7)

OOC:

Die Spielgebühr kostet 5 Taler pro Runde und der Spieler muss einen Einsatz wählen, welche für alle gespielten Runden gleich ist. Der Gaukler versteckt hinter einem Tor den Einsatz und hinter 4 Toren Nieten. Dann darf der Spieler eines der Tore wählen. Anschließend muss er die Entscheidung treffen, ob er dieses Tor behalten möchte oder das Spiel in die nächste Runde begeben möchte (Aus Vereinfachung kann angenommen werden, dass der Gewinn pro Runde neu versteckt wird und daher das Spiel "gedächtnisfrei" bleibt). Für die nächste Spielrunde wird ein Nietentor geöffnet und es geht weiter mit den gleichen Regeln.

Beschließt der Spieler das Spiel vorzeitig zu beenden oder ist am Ende mit nur noch 2 Toren angelangt, wird er bei Erfolg mit $\text{Rundenanzahl} \cdot 1,25 \cdot \text{Einsatz}$ entlohnt.

Der Gaukler will nun wissen, ob er mit dem Einsatz von 4 Gulden oder nur 2 Gulden mehr verdient. Der Erwartungswert soll als Kriterium zum Vergleich von "Gewinnen" genutzt werden.

Eventuell fällt euch bei eurer Rechnung ein Risiko für den Gaukler auf.

Lösung:

Runde 1 Ende:

$$-0,5 \cdot 2 + 0,2 \cdot 1 \cdot 1,25 \cdot 2 = -2,5 + 0,5 = -2$$

$$-0,5 \cdot 4 + 0,2 \cdot 1 \cdot 1,25 \cdot 4 = -4,5 + 1 = -3,5$$

Runde 2 Ende:

$$-0,5 \cdot 2 \cdot 2 + 0,25 \cdot 2 \cdot 1,25 \cdot 2 = -3 + 1,25 = -1,75$$

$$-0,5 \cdot 2 \cdot 4 + 0,25 \cdot 2 \cdot 1,25 \cdot 4 = -5 + 2,5 = -2,5$$

Runde 3 Ende:

$$-0,5 \cdot 3 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 1,25 \cdot 2 = -3,5 + 2,5 = -1,0$$

$$-0,5 \cdot 3 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 1,25 \cdot 4 = -5,5 + 5 = -0,5$$

Runde 4 Ende (letzte Runde):

$$-0,5 \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1,25 \cdot 2 = -4 + 5 = 1$$

$$-0,5 \cdot 4 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1,25 \cdot 4 = -6 + 10 = 4$$

Die zuvor berechneten Werte sind aus Spielersicht und müssen daher negiert werden.

Einsatz 2:

$$2 + 1,75 + 1 - 1 = 3,75$$

Einsatz 4:

$$3,5 + 2,5 + 0,5 - 4 = 2,5$$

Der Einsatz von 2 Gulden ist zu empfehlen, wenn man bei den Endmöglichkeiten von einer Gleichverteilung ausgeht. Sobald ein Spieler das Spiel durchschaut ist die Spielidee ein Verlustgeschäft.

8)

OOC:

Die vier besitzen 24000 Gulden. Der Start in Faelughaven kostet 1419,58 Gulden

Dabei erhält man 100QS und 25QS werden für die Hausverwaltung verbraucht.

Jetzt wollen die Kollegen für Lagerraum, Zeughaus und Schatzkammer jeweils 50QS haben, also auch dementsprechend zusätzliche Grundstücke kaufen.

Die Kosten für zusätzlichen Grund betragen 13Gulden/QS. Der Bau beim Lagerraum kostet 92,07Gulden/25QS, bei dem Zeughaus 92,07 Gulden/25QS und bei der Schatzkammer 174,57 Gulden/25QS.

Reicht das Vermögen aus diesen sehnlichen Wunsch zu erfüllen? Wenn ihr einen Kauf feststellt, dann gibt an welches Vermögen übrig bleibt. Wenn ihr keinen Kauf feststellt, dann gibt an welches Vermögen fehlt.

Lösung:

1419,58 Gulden für 100QS. Es werden 25QS verbraucht. Dann stehen für 3*50QS noch 75QS übrig. Die restlichen 75QS müssen noch gekauft werden. $75QS * 13 \text{ Gulden/QS} = 975 \text{ Gulden}$.

Bau des Lagerraumes, aber auch Zeughauses: $50QS * 92,07 \text{ Gulden/25QS} = 184,14 \text{ Gulden}$. Bau der Schatzkammer = $50QS * 174,57 \text{ Gulden/25QS} = 349,14 \text{ Gulden}$.

Gründungskosten: 1.419,58 Gulden

Zukaufskosten: 975,00 Gulden

Lagerraumbau: 184,14 Gulden

Zeughausbau: 184,14 Gulden

Schatzkammerbau: 349,14 Gulden

Gesamtkosten: 3112 Gulden

Vermögen-Gesamtkosten = 24.000,00 Gulden - 3112 Gulden = 20888 Gulden

9)

OOC:

Wir haben Käufer A,B,C,D,E und F. Auf der Verkäuferseite sind Z,Y,X, W, V und U

Wir haben folgende Tabelle:

Preis	Angebot	Nachfrage
50000	15	2
40000	12	4
30000	10	6
20000	8	8
15000	6	10
12000	4	12
10000	2	15

Für Leute denen Meistausführungsprinzip wenig bzw. gar nichts sagt. Hier in dieser Aufgabe geht es darum die Verkäufer und Käufer zusammen zu bringen. Wir wollen den Preis finden an dem die meiste Menge umgesetzt wird. Entscheidende Hinweis sind:

a) Verkäufer sind bereit mehr zu nehmen als sie angegeben haben

b) Käufer sind bereit weniger zu geben als sie angegeben haben

Lösung

Preis	Angebot	kumuliertes Angebot	Nachfrage	kumulierte Nachfrage	Ausführbare Menge	Überhang
50000	15	57	2	2	2	55
40000	12	42	4	6	6	36
30000	10	30	6	12	12	18
20000	8	20	8	20	20	0
15000	6	12	10	30	12	18
12000	4	6	12	42	6	36
10000	2	2	15	57	2	55

10)

OOC:

Der Malermeister arbeitet nach folgendem Prinzip:

Er malt immer eine genau gleiche Strichlänge als "Einheit". Am Anfang sucht er sich einen Punkt aus. Dort malt er eine Strichlänge nach rechts. Dann eine Strichlänge nach unten. Dann zwei Strichlängen nach links und zwei Strichlängen nach oben. Daraufhin drei Strichlängen nach rechts und drei Strichlängen nach unten. Das bedeutet er malt zweimal eine gleiche Anzahl von Strichlängen. Dieses Prinzip führt er solange aus bis der Platz bemalt ist.

Die Frage lautet nun nach welcher abgeschlossenen x fachen Strichlängen Malung(x Fache bezieht sich auf eine Strichlänge, zwei Strichlängen, drei Strichlängen) die Gesamtlänge der Linie 90 Strichlängen lang ist.

Eventuell fällt euch eine Formel ein mit deren Hilfe ihr diese Signatur mathematisch beschreiben könnt. Kunst und Mathematik verbindet sich.

Lösung:

Die Formel lautet $\sum_{i=1}^n 2 * i$. Das bedeutet in unserem Fall $90 = \sum_{i=1}^n 2 * i = 2 * \sum_{i=1}^n i = 2 * \frac{(n+1)*n}{2}$

Das vereinfacht sich dann zu $90 = (n + 1) * n = n^2 + n$

Weiter umgeformt: $n^2 + n - 90 = 0$

Wir haben nun eine quadratische Gleichung, welche wir leicht lösen können.

$$n_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 90} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{360}{4}}$$

$$n_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{361}{4}} = -\frac{1}{2} \pm \frac{19}{2} = \frac{18}{2} \text{ oder } -\frac{20}{2}$$

Einzig vernünftige Lösung $\frac{18}{2} = 9$